Induction électromagnétique

Exercices indispensables : **1**, **2**, **3.2**, **5**, **6**.

Exercice 1 Un solénoïde infini d'axe Oz, de rayon R, comporte n spires jointives par unité de longueur, parcourues par une intensité $i = I_0 \cos \omega t$.

1) Calculer la f.é.m. induite e qui apparaît dans un conducteur filiforme $\mathscr{C}$ à une seule boucle de forme quelconque entourant le solénoïde (on néglige l'auto-inductance de $\mathscr{C}$).
2) Calculer le champ électrique $\vec{E}$ en tout point extérieur au solénoïde, en négligeant l'influence du conducteur $\mathscr{C}$ (on commencera par simplifier la forme de $\vec{E}$ en utilisant des arguments de symétrie, puis on utilisera le théorème de Gauss et la loi de Faraday). Que vaut la circulation de $\vec{E}$ le long du conducteur $\mathscr{C}$ de la question 1 ?
3) On considère maintenant un conducteur filiforme $\mathscr{C}$ contenu dans un plan $z =$ constante et placé entièrement à l'intérieur du solénoïde. Calculer la f.é.m. induite e qui apparaît dans $\mathscr{C}$. Calculer le champ électrique $\vec{E}$ à l'intérieur du solénoïde en négligeant l'influence de $\mathscr{C}$. Que vaut la circulation de $\vec{E}$ le long de $\mathscr{C}$?

Exercice 2 En un point de l'axe Oz d'un solénoïde infini contenant n spires par unité de longueur (auto-inductance L), parcouru par une intensité $I(t)$, un dipôle magnétique $\vec{\mathscr{M}}$ tourne à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe Ox perpendiculaire à $\vec{\mathscr{M}}$ et à Oz. Calculer la f.é.m. induite e dans le solénoïde.

Exercice 3 Nous étudions dans cet exercice les courants de Foucault (principe des plaques de cuisson par induction par exemple). On demande de calculer la puissance instantanée dissipée par effet Joule, par unité de volume, en négligeant l'auto-inductance des circuits formés par les courants induits, dans :

1) Un cylindre infini de rayon R, de conductivité γ, fixe dans un champ magnétique $\vec{B}(t)$ uniforme et parallèle aux génératrices.

2) Un cylindre infini de rayon R, de conductivité γ, tournant à vitesse angulaire constante ω autour de son axe et placé dans un champ magnétique permanent $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire à son axe. Calculer aussi la puissance moyenne dissipée dans ce cas. Expliquer comment ce dispositif peut être utilisé comme frein.

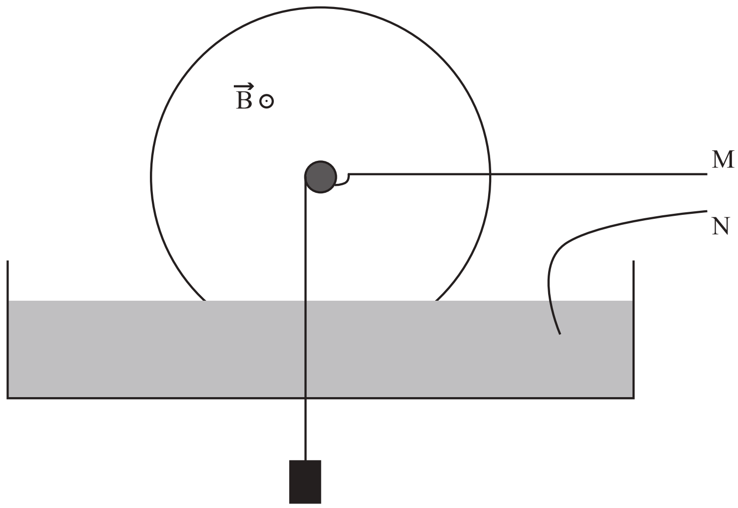
Exercice 4 Sur deux rails rectilignes parallèles de résistances négligeables, dont le plan est normal à un champ magnétique vertical uniforme $\vec{B}$, sont placées deux barres mobiles, perpendiculaires aux rails, de masses m, de résistances entre les rails R. La distance entre les rails est a. La position des barres est donnée par x_1 et x_2, $x_2 > x_1$. On néglige les frottements.

1) On déplace à vitesse constante l'une des barres, par exemple on prendra $\dot{x}_2 = v_0 > 0$. Étudier le mouvement de l'autre barre, en supposant qu'elle est immobile à $t = 0$.
2) On déplace *de façon quelconque* l'une des barres d'une distance L. Montrer que l'autre barre se déplace de la même distance dans le même sens. Vérifier que le travail fourni par l'opérateur a été intégralement converti en effet Joule.

Exercice 5 Une barre conductrice MN horizontale, de résistance négligeable, de masse m et de longueur ℓ tombe sous l'action de son poids dans un champ magnétique uniforme horizontal perpendiculaire à la barre. Les extrémités M et N sont munies de contacts glissants sans frottement sur deux barres verticales qui sont aussi de résistance négligeable. Par l'intermédiaire de ces barres, M et N sont constamment reliées aux bornes d'un appareil A.

1) L'appareil A est un condensateur de capacité C initialement déchargé. Étudier le mouvement de la barre abandonnée sans vitesse initiale. Quel risque court le condensateur ?
2) L'appareil A est une auto-inductance L. Étudier le mouvement de la barre abandonnée sans vitesse initiale.
3) Comment sont modifiées les lois du mouvement si l'on tient compte de la résistance r de la barre MN ?

Exercice 6 Une roue de Barlow se compose d'un disque de cuivre de rayon extérieur b_2 pouvant tourner librement autour de son axe qui est horizontal. Un cylindre de rayon b_1, concentrique à cet axe, sert de moyeu à la roue. Un fil qu'on a enroulé au



préalable permet soit d'entrainer la roue à une vitesse déterminée soit, en y suspendant des masses, de lui appliquer des moments déterminés. La résistance de la roue sera notée R (on négligera toutes les autres résistances). Un frotteur métallique appuie très légèrement sur la roue et assure le contact électrique avec une borne M. Un godet de mercure affleurant à la partie inférieure de la roue est relié à une deuxième borne N. On néglige tout frottement (sur l'axe ou dus au frotteur). Il règne dans l'espace un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ parallèle à l'axe de la roue. Le dispositif (avec une masse attachée) est représenté sur la figure (le champ $\vec{B}$ pointe toujours dans la direction indiquée). Pour les applications numériques, on prendra $b_1 = 1\,\text{cm}$, $b_2 = 11\,\text{cm}$, $R = 0.01\,\Omega$.

1) Quelle est la surface S du disque dans laquelle le courant peut circuler ? Quel est le flux de $\vec{B}$ à travers cette surface ?
2) La roue tourne à vitesse angulaire constante ω ($\omega > 0$ lorsque la rotation se fait dans le sens trigonométrique). Calculer la f.é.m. induite entre M et N.
3) Le fil est déroulé à vitesse constante $|v|$, et donc la roue tourne dans le sens trigonométrique (voir figure). Calculer en fonction de $B = |\vec{B}|$ et $|v|$ la d.d.p. u_{MN} qui apparaît entre M et N.
4) La roue est maintenant parcourue par un courant I (orienté tel que $I > 0$ lorsque le courant rentre dans la roue par le frotteur). Calculer le couple dû aux forces électromagnétiques qui s'exerce sur la roue (on ne fera pas d'hypothèse simplificatrice sur l'allure des lignes de courant).

5) En déduire la force $\vec{f}$ qu'il faut appliquer au fil pour maintenir la roue en équilibre.

6) On accroche une masse $m = 1\,\mathrm{kg}$ au fil et une tension constante $U = 2\,\mathrm{V}$ est appliquée aux bornes de M et N. La polarité (à préciser) est telle que la roue fonctionne en moteur et soulève la masse. La vitesse d'ascension de cette dernière se stabilise à $|v| = 3\,\mathrm{m/s}$. Quelle est l'intensité I et le champ magnétique B ? On ne gardera que la solution qui correspond à la plus petite valeur possible de I (pourquoi ?). A.N.

7) On souhaite maintenant que la roue fonctionne en génératrice, pour recharger une batterie qui est sous la tension $U = 2\,\mathrm{V}$. La masse descend à la vitesse $|v| = 3\,\mathrm{m/s}$. Comment doit-on brancher la batterie pour qu'elle reçoive de l'énergie ? Calculer I et B. A.N.